

# Principes de fonctionnement des machines binaires

Matthieu Picantin



## Distance de Hamming

- ♦ nombre de bits différents entre 2 mots
- ♦ somme des **1** du XOR des 2 mots
- ♦ nombre minimum d'erreurs simples pour passer d'un mot à l'autre

$u = 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0$

$v = 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1$

$u \oplus v = 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1$

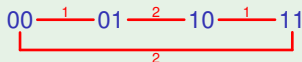
$$d_H(u, v) = 2$$

||

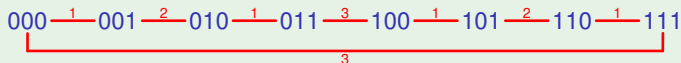
$$w_H(u \oplus v) = 2$$

## Code binaire (naturel) et distance de Hamming

- ◆ énumération naturelle des mots sur 2 bits



- ◆ énumération naturelle des mots sur 3 bits

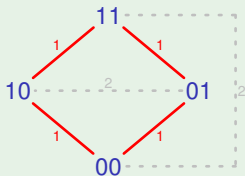


## Code de Gray ou code binaire réfléchi

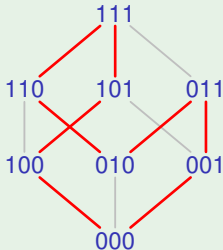
- ◆ ordonnancement cyclique des mots binaires d'une longueur donnée tel que deux mots successifs ne diffèrent que d'un bit
  - ▶ les mots à distance de Hamming 1 se suivent le long d'un cycle
  - ▶ différents points de vue: géométrique, algorithmique, etc
- ◆ systèmes utilisés dans une multitude de situations
  - ▶ synchronisation, algorithmes génétiques, minimisation de circuits, correction d'erreur, code Baudot, encodeurs mécaniques ou optoélectroniques, métro ligne 14, etc

## Point de vue géométrique: circuit hamiltonien sur hypercube

### ♦ code de Gray sur 2 bits



### ♦ code\* de Gray sur 3 bits



\*un parmi les six possibles

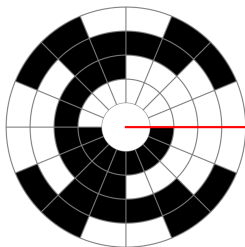
## Point de vue algorithmique: histoires de préfixes et miroirs

### code de Gray sur 2, 3, 4 bits

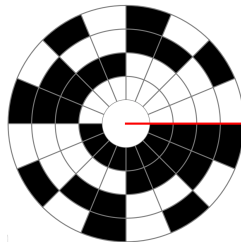
préfixe 0

0000
0001
<hr/> 0011
0010
<hr/> 0110
0111
0101
0100
<hr/> 1100
1101
1111
1110
1010
1011
1001
1000
<hr/>
.....
.....
.....

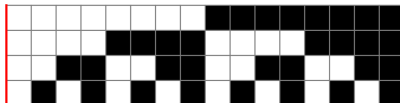
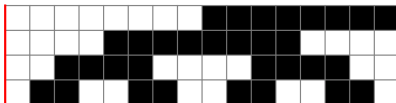
préfixe 1



Code de Gray sur 4 bits



Code binaire (naturel) sur 4 bits



<https://demonstrations.wolfram.com/GrayCodesErrorReductionWithEncoders>